

Tarea 1 de Variable Compleja

CINVESTAV

Profesor: Carlos G. Pacheco.

Semestre: enero- junio 2026.

1. Demuestre que el conjunto de matrices reales de la forma

$$\begin{pmatrix} x & y \\ -y & x \end{pmatrix}$$

con la estructura de multiplicación y suma usual es isomorfo a $\mathbb{C}$.

2. Demuestre que

$$\left| \frac{z-w}{1-\bar{z}w} \right| = 1$$

si $|z| = 1$ o $|w| = 1$. Se cumple esta igualdad si ambos son de norma 1?

3. Demuestre que

$$\left| \frac{z-w}{1-\bar{z}w} \right| < 1$$

si $|z| < 1$ y $|w| < 1$.

4. Sea $z = \cos(2\pi/n) + i \sin(2\pi/n)$, para algún entero $n \geq 2$. Demuestre que

$$1 + z + \dots + z^{n-1} = 0.$$

5. Considere $\mathbb{T} = \{z \in \mathbb{C} : |z| = 1\}$ con la operación de multiplicación. Demuestre que $\phi(t) = \cos(t) + i \sin(t)$ es un homomorfismo entre $\mathbb{T}$ y $\mathbb{R}$ con la operación de suma.