

Tarea 3 de Variable Compleja

CINVESTAV

Profesor: Carlos G. Pacheco.

Semestre: enero- junio 2026.

1. Demostrar que en $\mathbb{C}$ un conjunto es compacto si y solo si es acotado y cerrado.

Sugerencia: demostrar primero que un conjunto es cerrado si y solo si contiene todos sus puntos de acumulación.

2. Sea $A \subset \mathbb{C}$ abierto y $f : A \rightarrow \mathbb{C}$ continua. Demostrar que $f(K)$ es compacto cuando $K \subset A$ es compacto.

3. Sea $A \subset \mathbb{C}$ abierto y $f : A \rightarrow \mathbb{C}$ continua. Demostrar que $f(C)$ es conectedo cuando $C \subset A$ es conectedo.

4. Dé un ejemplo de un conjunto en $\mathbb{C}$ cuya descomposición en componentes no es denumerable.

5. Sean $\{D_j\}_{j \in I}$ una colección arbitraria de conjuntos conectedos tales que $(\forall i, j \in I) D_j \cap D_i \neq \emptyset$. Demuestre que $D := \bigcup_{i \in I} D_j$ es conectedo.